

Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Б1.В.01 Метод конечных элементов для уравнений  
математической физики

наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом

Направление подготовки / специальность

02.04.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)

02.04.01.01 Математическое и компьютерное моделирование

Форма обучения

очная

Год набора

2023

Красноярск 2023

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Программу составили \_\_\_\_\_

к.ф.-м.н., доцент, Гилева Л.В.

\_\_\_\_\_  
должность, инициалы, фамилия

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины

### 1.1 Цель преподавания дисциплины

Цель преподавания данной дисциплины состоит в ознакомлении студентов с основными способами построения и исследования схем метода конечных элементов для типичных задач математической физики. Метод конечных элементов играет важную роль в теории и практике численного решения задач математической физики. Знания основ метода конечных элементов необходимы для специалистов в области вычислительной и прикладной математики.

### 1.2 Задачи изучения дисциплины

Задача изучения данной дисциплины состоит в том, чтобы научить студентов применять метод конечных элементов и строить эффективные вычислительные алгоритмы на его основе для приближенного решения краевых задач для уравнений математической физики. Кроме того, студенты должны знать основные свойства и характеристики приближенного решения, полученного с помощью метода конечных элементов, что, в частности, позволит квалифицированно применять существующее прикладное программное обеспечение.

### 1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине
<b>ПК-5: Способен создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках, промышленности и бизнесе, с учетом возможностей современных информационных технологий, программирования и компьютерной техники</b>	
ПК-5.1: Формулирует математические постановки классических моделей, применяемых в естественных науках, промышленности и бизнесе	Математические постановки классических задач естествознания в виде систем алгебраических и дифференциальных уравнений в частных производных Формулировать математические постановки классических задач естествознания в виде систем алгебраических и дифференциальных уравнений в частных производных Базовым математическим аппаратом для формулировки постановок классических задач естествознания в виде систем алгебраических и дифференциальных уравнений в частных производных

ПК-5.2: Создает, исследует и анализирует математические модели, применяемые в естественных науках, промышленности и бизнесе	Методы анализа математических постановок классических задач естествознания в виде систем алгебраических и дифференциальных уравнений в частных производных Исследовать и анализировать математические постановки классических задач естествознания в
	виде систем алгебраических и дифференциальных уравнений в частных производных Навыком исследования и анализа математических постановок классических задач естествознания в виде систем алгебраических и дифференциальных уравнений в частных производных
ПК-5.3: Применяет языки программирования и пакеты прикладных программ для проведения математического моделирования при помощи компьютерной техники	Базовые алгоритмы численного решения задач в виде алгебраических и дифференциальных уравнений, существующие пакеты прикладных программ, применяемые для математического моделирования Реализовывать базовые алгоритмы численного решения задач в виде алгебраических и дифференциальных уравнений, использовать существующие пакеты прикладных программ, применяемые для математического моделирования Навыком реализации базовых алгоритмов численного решения задач в виде алгебраических и дифференциальных уравнений и использования существующих пакетов прикладных программ, применяемых для математического моделирования

#### 1.4 Особенности реализации дисциплины

Язык реализации дисциплины: Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется без применения ЭО и ДОТ.

## 2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	е
		1
<b>Контактная работа с преподавателем:</b>	<b>1,06 (38)</b>	
занятия лекционного типа	0,53 (19)	
практические занятия	0,53 (19)	
<b>Самостоятельная работа обучающихся:</b>	<b>4,94 (178)</b>	
курсовое проектирование (КП)	Нет	
курсовая работа (КР)	Нет	
<b>Промежуточная аттестация (Экзамен)</b>	<b>1 (36)</b>	

### 3 Содержание дисциплины (модуля)

#### 3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

№ п/п		Модули, темы (разделы) дисциплины		Контактная работа, ак. час.							
				Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа				Самостоятельная работа, ак. час.	
						Семинары и/или Практические занятия		Лабораторные работы и/или Практикумы			
Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС				
<b>1. Математические основы и вспомогательные результаты</b>											
		1. Математические основы и вспомогательные результаты.	1								
		2. Основные идеи МКЭ на примере краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка.	1								
		3. Абстрактные задачи. Уравнение с ограниченным положительно определенным оператором. Лемма Лакса-Мильграма. Задача минимизации квадратичного функционала. Метод Рунца. Метод Галеркина. Лемма Сеа.	1								
		4. Элементы теории пространств Соболева. Основные функциональные пространства. Простейшие неравенства. Обобщенные производные. Пространства Соболева. Теоремы вложения.	2								

5. Краевые задачи для эллиптических уравнений второго порядка. Типы краевых задач. Обобщенная формулировка для краевой задачи.	1							
6. Линейные функционалы и билинейные формы. Примеры.			1					
7. Нормы в функциональных пространствах.			1					
8. Обобщенные формулировки для краевых задач. Формула Грина. Учет краевых условий.			2					
9. Изучение теоретического материала, решение практических задач							62	
<b>2. Пространства конечных элементов и оценки погрешности интерполяции</b>								
1. Пространства конечных элементов и оценки погрешности интерполяции.	1							
2. Описание конечного элемента. Эталонный конечный элемент. Примеры конечных элементов: одномерный лагранжев элемент, лагранжев треугольный элемент, лагранжев прямоугольный элемент. Аффинно-эквивалентные конечные элементы. Регулярность семейства аффинно-эквивалентных конечных элементов. Изопараметрические конечные элементы. Пространства конечных элементов. Оператор интерполяции.	3							
3. Оценки погрешности интерполяции. Оценки на эталонном конечном элементе. Оценки для аффинно-эквивалентных конечных элементов. Оценки для семейства регулярных аффинно-эквивалентных элементов	3							

4. Одномерный лагранжев элемент степени $m$ . Лагранжев прямоугольный элемент степени $m$ . Лагранжев треугольный элемент степени $m$ . Одномерный эрмитов элемент. Треугольный и прямоугольный эрмитовы элементы. Построение базиса Лагранжа.			3					
5. Аффинно-эквивалентные конечные элементы. Якобиан преобразования.			1					
6. Прямоугольный билинейный изопараметрический элемент. Треугольный квадратичный изопараметрический элемент.			2					
7. Триангуляция двумерной области.			1					
8. Изучение теоретического материала, решение практических задач							62	
<b>3. Метод конечных элементов для эллиптических уравнений</b>								
1. Метод конечных элементов для эллиптических уравнений.	1							
2. Схема метода конечных элементов для разных типов краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка. Построение системы уравнений метода конечных элементов. Оценка точности приближенного решения в различных нормах.	3							
3. Локальная и глобальная матрица жесткости. Вычисление правой части системы уравнений. Примеры квадратурных формул.	2							
4. Построение системы уравнений МКЭ для уравнений Пуассона в квадрате с использованием кусочно- линейных элементов на треугольниках.			2					



5. Построение системы уравнений МКЭ для уравнения Пуассона в квадрате с использованием билинейных элементов на прямоугольниках.			2					
6. Локальная и глобальная матрица жесткости.			2					
7. Вычисление элементов матрицы жесткости и вектора правой части системы уравнений, в том числе с использованием квадратурных формул.			2					
8. Изучение теоретического материала, решение практических задач							54	
Всего	19		19				178	

#### **4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины**

##### **4.1 Печатные и электронные издания:**

1. Васильева В. Н. Введение в теорию метода конечных элементов: монография(Иркутск: Иркутский университет [ИрГУ]).
2. Стренг Г., Фикс Д. Д., Марчук Г. И. Теория метода конечных элементов: пер. с англ.(Москва: Мир).
3. Ильин В. П. Методы и технологии конечных элементов: монография (Новосибирск: Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН [ИВМиМГ СО РАН]).
4. Голованов А. И., Бережной Д. В. Метод конечных элементов в механике деформируемых твердых тел(Казань: Дас).
5. Варвак П. М., Бузун И. М., Городецкий А. С., Пискунов В. Г., Толокнов Ю. Н., Варвак П. М. Метод конечных элементов: учебное пособие для студентов технических вузов(Киев: Вища школа).
6. Сьярле Ф., Яненко Н. Н. Метод конечных элементов для эллиптических задач: перевод с английского(Москва: Мир).
7. Марчук Г. И., Агошков В. И. Введение в проекционно-сеточные методы: учебное пособие для вузов по специальности "Прикладная математика"(Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит.).
8. Каропова Е. Д. Метод конечных элементов для задач конвекции - диффузии с преобладанием конвекции: автореферат диссертации ... кандидата физико-математических наук(Новосибирск).
9. Гилева Л.В. Метод конечных элементов для уравнений математической физики: [учеб-метод. материалы к изучению дисциплины для ...02.04.01.01 Математическое и компьютерное моделирование] (Красноярск: СФУ).

##### **4.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства (программное обеспечение, на которое университет имеет лицензию, а также свободно распространяемое программное обеспечение):**

1. Программное обеспечение не используется.

##### **4.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:**

1. Справочные системы не используются.

#### **5 Фонд оценочных средств**

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

#### **6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Для чтения лекций по данной дисциплине требуется аудитория, оснащенная интерактивной доской. Для проведения занятий семинарского типа необходима интерактивная доска.